Estimativa de anisotropia local através de dados sintéticos das ondas qP de walkaway VSP

Ellen N. S. Gomes*, Ivan Pšenčík** e Jessé C. Costa*, *CPGG, UFPa, Belém, Brasil, **IG AC, Praga, Rep. Tcheca.

This paper was prepared for presentation at the 9th International Congress of the Brazilian Geophysical Society held in Salvador, Brazil, 11-14 September 2005.

Abstract

Inversion scheme for the determination of anisotropy in a vicinity of a receiver situated in a borehole from the data obtained during a multiazimuth multiple-source offset VSP experiment is studied. The data consist of vertical components of slowness vectors and of polarization vectors of direct and reflected qP waves. We analyze the effects of the way of choice of a reference medium and of the wave normal on the results of inversion. We also study sensitivity of the inversion scheme to the number and orientation of profiles, to the number of sources along the profiles and to the number and type of waves considered. Study of the stability of the inversion scheme indicates which parameters of the medium can be recovered reliably and which cannot.

Introdução

Neste trabalho é feita a estimativa de anisotropia local para meios anisotrópicos arbitrários em experimentos de VSP com múltiplas fontes a partir da relação linear entre os parâmetros de fraca anisotropia (parâmetros WA) do meio e os vetores de vagarosidade e polarização de ondas do tipo qP. Os dados observados foram gerados sinteticamente e obtidos de fontes distribuídas na superfície em apenas um perfil. Este esquema não depende da estrutura do meio acima do geofone como também não depende da forma do poço. Uma análise de sensibilidade desta formulação a geometria do levantamento e feita. Em seguida, são apresentadas as estimativas para um modelo sintético. Por fim, os resultados de vários testes em que os parâmetros WA foram estimados, considerando-se vários fatores como: tipo de onda, grau de anisotropia, nível de ruído nos dados de vagarosidade e polarização, sensibilidade aos parâmetros do meio de referência, são apresentados.

Em todo trabalho as matrizes são representadas por letras maiúsculas e os vetores são representados por letras minúsculas ambos em negrito. Utiliza-se a notação indicial e a convenção da soma (Aki & Richards, 1980) em todo o texto, as exceções a estas regras serão indicadas explicitamente, além disso, será usado o sistema de coordenadas cartesianas (x_1, x_2, x_3) com o eixo positivo na direção que aponta de cima para baixo.

Metodologia

Considerando três vetores unitários perpendiculares entre si: $e_i^{(1)}, e_i^{(2)}$ e $e_i^{(3)}$, tal que este último é paralelo ao vetor n_i (i = 1, 2,3) normal à frente da onda P no meio isotrópico de referência. Uma forma de representar estes vetores é:

$$\begin{aligned}&\mathbf{e}^{(1)} = D^{-1}(n_1n_3, n_2n_3, n_3^2-1), \mathbf{e}^{(2)} = D^{-1}(-n_2, n_1, 0)\\&\mathbf{e}^{(3)} = (n_1, n_2, n_3),\end{aligned} \qquad (1)$$

Com D = $\sqrt{n_1^2+n_2^2}$ em que, n_1 e n_2 são as componentes horizontais do vetor frente de onda P no meio isotrópico de referência.

Os vetores de vagarosidade e polarização de uma onda qP que se propaga em um meio anisotrópico qualquer, estão relacionados linearmente com os parâmetros WA (parâmetros fracamente anisotrópicos) deste meio através da equação (Gomes et al, 2004).

$$D\,(\alpha^2-\beta^2)^{-1}B_{13} - \frac{1}{2}\alpha^{-1}\eta\, B_{33} = D g_i e_j^{(1)} + \alpha\Delta\eta \qquad (2)$$

Em que: α e β são as velocidades da onda P e da onda S respectivamente no meio de referência, η é o comprimento da projeção do vetor de vagarosidade (s_i^0) no meio de referência na direção do eixo x_3, $\Delta\eta$ perturbação de primeira ordem de η, g_i é a i-ézima componente do vetor de polarização e B_{13} e B_{33} são elementos da matriz de fraca anisotropia (WA matriz, ver apêndice). A equação (2) pode ser escrita na forma matricial:

$$M_{ij}\, p_j = y_i. \qquad (3)$$

y_i é a i-ésima componente do vetor das observações formado pelo lado direito de (2) , p_j é a j-ésima componente do vetor dos 15 parâmetros WA da onda qP, que está disposto na forma (Pšenčík & Gajewski, 1998; Zheng & Pšenčík, 2002):

$$\begin{array}{lll} p_1=\varepsilon_x & p_2=\varepsilon_y & p_3=\varepsilon_z\\ p_4=\delta_x & p_5=\delta_y & p_6=\delta_z\\ p_7=\chi_x & p_8=\chi_y & p_9=\chi_z\ .\\ p_{10}=\varepsilon_{15} & p_{11}=\varepsilon_{16} & p_{12}=\varepsilon_{24}\\ p_{13}=\varepsilon_{26} & p_{14}=\varepsilon_{34} & p_{15}=\varepsilon_{35}\end{array} \qquad (4)$$

A relação entre os parâmetros WA e os parâmetros elásticos do meio é mostrada no apêndice.

A matriz M_{ij} (α,β,n_k) é a matriz de sensibilidade (ver apêndice). Esta dependente dos parâmetros do meio de referência e da geometria de levantamento.

Para a configuração de VSP com as fontes distribuídas na superfície em apenas um perfil, só cinco parâmetros WA poderão ser recuperados. Se o perfil é paralelo ao eixo x_1 os parâmetros são ε_x, ε_z, δ_x, ε_{15} e ε_{35}. Se o perfil é paralelo ao eixo x_2 os parâmetros são ε_y, ε_z, δ_y, ε_{24} e ε_{34}. Neste trabalho são apresentadas estimativas dos parâmetros WA para modelos com as fontes distribuídas em apenas um perfil e este é escolhido paralelo ao eixo x_1 a partir de dados de VSP gerados sinteticamente. Em Gomes et al., (2004) são apresentadas estimativas dos parâmetros WA feitas a partir de dados reais.

Problema Inverso

Os parâmetros WA podem ser estimados a partir da equação (3), determinando-se os valores do vetor p_i que minimizam a função:

$$\varphi = \left\| \sum_{i=1}^{Nobs} y_i - M_{ij}\, p_j \right\|_2 . \qquad (5)$$

Em que o subscrito 2 refere-se a norma euclidiana, Nobs é o número de observações e p_j o vetor de parâmetros WA a ser estimado. Esta estimativa depende da determinação da matriz M_{ij} (α,β,n_k) e, portanto, é necessário que os parâmetros do meio de referência (velocidades das ondas P e S e o vetor normal à frente de onda, n_k) sejam conhecidos. Existem várias maneiras de se determinar esses parâmetros. O vetor normal à frente de onda P mo meio de referência pode ser escolhido de três maneiras diferentes que foram discutidas em Gomes, (2003). Neste trabalho o vetor frente de onda, n_k, foi escolhido paralelo ao vetor de polarização observado no meio perturbado. Por esta escolha o primeiro termo à direita da equação (2) desaparece, pois, $g_i\, e_i = 0$.
Quanto às velocidades das ondas P e S no meio de referência, estas podem ser determinadas de duas formas analisadas a seguir.

Escolha da velocidade da onda P no meio de referência

Para meios fracamente anisotrópicos, uma boa aproximação da velocidade da onda P no meio de referência são dada pela relação:

$$s_3^i = g_3^i\, \alpha^{-1} . \qquad (6)$$

Em que s_3^i e g_3^i são terceiras componentes da i-ésima observação dos vetores de vagarosidade e polarização, respectivamente (i = 1, Nobs). A velocidade α no meio de referência pode então ser estimada a partir da equação (6) acima através de mínimos quadrados. Uma outra forma de se estimar a velocidade α é apresentada em Gomes et al, (2004):

$$\alpha = \frac{1}{Nobs} \sum_{i=1}^{Nobs} \frac{g_3^i}{s_3^i} . \qquad (7)$$

Verifica-se, no entanto que, a estimativa de α feita através de (6) é menos sensível a presença de ruído nos dados de polarização e vagarosidade que a estimativa a partir de (7). Acredita-se que isto se deva ao fato de que na equação acima (eq (7)) a velocidade depende da razão entre os vetores de polarização e vagarosidade o que pode amplificar o ruído. O grau de sensibilidade ao ruído das duas equações acima é mostrado numericamente na próxima seção através de um exemplo numérico. Quanto à velocidade da onda S no meio de referência, β, esta é dada por:

$$\beta = \frac{\alpha}{\sqrt{3}} , \qquad (8)$$

de acordo com a razão de Poisson.

Estimativa de Anisotropia

O problema de estimar anisotropia local foi dividido em duas etapas: Na primeira etapa, a velocidade da onda P no meio de referência foi estimada a partir da equação (6).
Na segunda etapa, os parâmetros WA foram estimados. Nestas inversões foram utilizados dados observados de polarização e vagarosidade de ondas qP diretas e refletidas em experimentos de VSP com múltiplas fontes distribuídas na superfície em apenas um perfil (Figura 1). Esses dados observados foram gerados com o uso do pacote ANRAY modificado (Gajewski & Pšenčík, 1990).
O ruído foi aplicado diretamente aos dados de vagarosidade e polarização, neste último, o ruído está relacionado à mudança de direção da polarização. Como o vetor frente de onda n_k foi escolhido paralelo ao vetor de polarização, tem-se que ao contaminar a polarização estamos também contaminando n_k e, portanto, a matriz M_{ij} de sensibilidade será também contaminada por ruído. Não foram usados estabilizadores na inversão, uma vez que o número de condição da matriz de sensibilidade em todos os testes realizados era da ordem de 10^3. A estabilidade das estimativas foi avaliada através de simulação numérica. Cada observação obtida através do ANRAY foi contaminada com ruído Gaussiano gerado por cem diferentes sementes. A partir de cada uma das cem observações contaminadas com ruído foram estimadas a velocidade α e os parâmetros WA. Em seguida determinou-se a média e o desvio padrão dessas estimativas.

Exemplo

O modelo apresentado é formado por dois meios separados por uma interface situada a 2 km da superfície. O meio acima da interface é um anisotrópico e o meio subjacente é um isotrópico. A configuração utilizada é de VSP, cujo número de fontes e de perfis é igual ao utilizado em Horne & Leaney (2000). Tem-se 228 fontes localizadas na superfície, espaçadas irregularmente a uma distância média de 0,025 km distribuídas em 2,5 km em ambos os lados do poço em apenas um perfil que é paralelo ao eixo x_1. A origem das coordenadas está situada no poço. Como os modelos aqui apresentados tem somente um perfil, apenas cinco parâmetros WA poderão ser recuperados, de acordo com a análise feita (Gomes, 2003) e, portanto, não é possível distinguir qual tipo de anisotropia o meio possui. Devido a isto, fizemos à inversão considerando três casos distintos que explicam o meio a ser estimado com em Gomes et al, (2004). Em seguida é analisado qual deles melhor se a justa a este meio. No primeiro caso não fizemos suposição alguma sobre o meio a ser estimado, ou seja, o meio é um anisotrópico arbitrário. Desta forma foram estimados os parâmetros ε_x, ε_z, δ_x, ε_{15} e ε_{35}, esse experimento foi chamado de ANI. No segundo caso supomos que o meio é um TIV e assim apenas os parâmetros ε_x, ε_z e δ_x foram estimados, esse experimento foi chamado de TIV. Por fim, no terceiro caso supomos que o meio é um isotrópico e, portanto, apenas o parâmetro ε_z foi estimado, esse experimento foi chamado de ISO.

Os dados de vagarosidade foram contaminados com ruído Gaussiano cujo desvio padrão é igual a 20% do desvio padrão das observações e os dados de polarização foram contaminados com ruído de tal forma que a direção de todas as polarizações observadas foi modificada de 3^0.

No modelo, o meio incidente é triclínico e caracteriza-se por ser fracamente anisotrópico. O tensor elástico normalizado pela densidade A_{ij} na superfície (em km^2 / s^2) é dado por:

$$A_{ij}(0) = \begin{bmatrix} 9.46 & 2.53 & 2.41 & -0.08 & 0.19 & 0.09 \\ & 9.25 & 2.40 & -0.31 & 0.04 & 0.09 \\ & & 8.37 & -0.27 & 0.16 & 0.01 \\ & & & 3.21 & 0.02 & 0.06 \\ & & & & 3.24 & -0.12 \\ & & & & & 3.41 \end{bmatrix} \qquad (9)$$

Este tensor elástico varia com a profundidade segundo a relação

$$A_{ij}(h) = A_{ij}(0)\,(1 + 0.1h) \qquad (10)$$

Em que: A_{ij} (0) é o valor do tensor na superfície e A_{ij}(h) é o valor do tensor elástico na profundidade h. O meio subjacente é um isotrópico cujas velocidades das ondas P e S são α = 4.77 km/s e β = 2.77 km/s, respectivamente. O geofone está a uma profundidade de 0.4 km. As estimativas da velocidade da onda P no meio de referência ($\tilde{\alpha}$), encontradas a partir da inversão da equação (6) e da inversão da equação (7) são mostradas na Tabela 1. Ainda nesta Tabela é mostrada a variação de cada uma dessas estimativas baseadas em seu desvio padrão. Uma vez que, a velocidade α calculada das observações sem ruído (na equação (7)) é de 4.64 km/s, verifica-se pela Tabela 1 que a estimativa a partir de (6) apresenta boa resolução ($\tilde{\alpha}$ = 4.635 km/s) e estabilidade (de acordo com a coluna de variação da Tabela 1, a diferença entre o valor exato e a estimativa não ultrapassa 0.16 % do valor médio estimado), em quanto que, a estimativa a partir de (7) não tem boa resolução ($\tilde{\alpha}$ = 3.9 km/s) e é instável (de acordo com a coluna de variação da Tabela 1, a diferença entre o valor exato e a estimativa pode chegar a 93.0 % do valor médio estimado). A estimativa a partir de (7) é mais sensível ao ruído nos dados que a estimativa a partir de (6). Utilizou-se então o valor estimado de $\tilde{\alpha}$ = 4.635 km/s obtido a partir de (6). A velocidade da onda S no meio de referência é calculada da relação de Poisson é de $\tilde{\beta}$ = 2.68 km/s. Estimado o valor das velocidades P e S no meio de referência, os parâmetros WA próximo ao geofone foram então estimados para os três casos, ANI, TIV e ISO. Na Figura 2 é mostrado $\alpha\,\Delta\eta$, obtido a partir dos dados observados contaminado com ruído de 20% nos dados de vagarosidade e 3^0 nos dados de polarização e os resultados das inversões para os casos ANI, TIV e ISO respectivamente. Verifica-se na Figura 2 que, devido à diferença entre os dados observados e os resultados para o caso ISO, o modelo a ser estimado não é isotrópico. Tem-se ainda que, os resultados para os casos TIV e ANI apresentam-se muito próximos, no entanto, os dados observados e os resultados para o caso ANI apresentam uma assimetria observada entre os números de observação 100 e 150 e depois entre os números de observação 300 e 350, enquanto que, os resultados para o caso TIV apresentam simetria em relação a essas mesmas observações. Na Figura 3 são plotados a razão entre as componentes verticais da vagarosidade e polarização multiplicados pela velocidade da onda P no meio de referência versus o ângulo que o vetor polarização forma com o eixo vertical (em graus) como em Gomes et al. (2004). Por esta forma de plotagem pode-se perceber que o ajuste encontrado para o caso ANI está mais próximo dos dados observados que para os casos TIV e ISO. Baseados nas análises acima, concluir-se que o meio estimado não é TIV e nem ISO, no entanto apesar dos resultados para o caso ANI ter o melhor ajuste, não se pode determinar com certeza que tipo de meio ansitrópico tem-se, uma vez que, só se tem dados em um perfil e, portanto apenas um número limitado de parâmetros WA pode ser estimado.

Na Tabela 2, para a vizinhança do geofone no poço, são mostrados para os três casos ANI, TIV e ISO, os valores exatos e estimados para os parâmetros WA, seus desvios padrão, os valores exatos e estimados dos parâmetros elásticos.

Para caso ANI, de acordo com esta Tabela, verifica-se que os parâmetros ε_z, ε_{15} e ε_{35} são bem estimados (baseados apenas no nível de ruído nos dados de vagarosidade que é de 20%, estamos considerando que um parâmetro apresenta estimativa estável se seu desvio padrão percentual é até 35% do valor estimado) para o nível de ruído aplicado, uma vez que, apresentam estabilidade e boa resolução. Ainda que o parâmetro δ_x seja estável ele apresenta baixa resolução, com valor estimado de apenas 7.56E-02, enquanto que o valor exato é de -0.24. O parâmetro ε_x é instável.

No caso TIV o parâmetro ε_z é bem estimado, enquanto que, o parâmetro ε_x é instável e apesar do parâmetro δ_x ser estável, este apresenta resolução pobre da mesma forma que o caso ANI. Tem-se, portanto que ε_x e δ_x são mal estimados.

No experimento ISO ainda que a estimativa do parâmetro ε_z tenha resolução pobre, próxima de zero, a estimativa do parâmetro A_{33} tem boa resolução, isto é explicado pela relação entre estes parâmetros.

$$A_{33} = \alpha^2(2\varepsilon_z + 1), \qquad (11)$$

onde se vê que para valores de ε_z muito pequeno, o parâmetro elástico A_{33} depende basicamente da estimativa de α que neste caso é bem estimado.

Por fim, foi aplicado o F-teste (Beck & Arnold, 1974) considerando os modelos: ANI versus TIV e ANI versus ISO e verificou-se pelos resultados que o modelo ANI é o único que explica os dados, entretanto, não devemos esquecer que esse é um teste relativo que mostra dentre dois modelos (um mais complexo que o outro) apenas que modelo explica os dados em relação ao outro modelo. Apesar dos resultados para os três casos ANI, TIV e ISO apresentarem ajustes muito próximos (1.59E-02, 2.27E-02 e 4.33E-02, respectivamente), de acordo com análise da Figura 3, Tabela 2 e o F-teste, conclui-se que o meio de incidência não é um TIV ou isotrópico, sabe-se apenas que o meio e anisotrópico e que só os parâmetros ε_z, ε_{15} e ε_{35} são bem estimados.

Outros testes

Foram feitos vários testes em que os parâmetros WA foram estimados considerando-se os fatores:

- Inversão a partir de dados de onda qP direta e onda qP refletida.
- Inversão a partir apenas de dados de onda qP direta ou apenas dados de onda qP refletida.
- Modelos com diferentes graus de anisotropias.
- Diferentes níveis de ruído aplicados tanto a vagarosidade quanto a polarização.
- Considerando várias escolhas para o vetor normal à frente de onda P no meio de referência.
- Escolha da velocidade da onda P no meio de referência.

Os resultados obtidos foram:

-Para dados de onda qP direta e refletida medidos em apenas um perfil em modelos homogêneos ou heterogêneos com fraca anisotropia, tem-se que: Se o perfil é paralelo ao eixo x_1, dos parâmetros ε_x, ε_z, δ_x, ε_{15}, e ε_{35} que poderão ser estimados de acordo com a análise conservativa (este tipo de análise só verifica se é possível recuperar um determinado parâmetro a partir da geometria dada), no entanto, só os parâmetros ε_z, ε_{15}, e ε_{35} são estáveis em presença de ruído e apresentam boa resolução e, portanto, são bem estimados. Se o perfil é paralelo ao eixo x_2, dos parâmetros ε_y, ε_z, δ_y, ε_{24}, e ε_{34}, que poderão ser estimados de acordo com a análise conservativa, apenas os parâmetros ε_z, ε_{24}, e ε_{34} são bem estimados. Nestas estimativas foram considerados níveis de ruído moderado (10%) e esses resultados são válidos independentemente do grau de complexidade do meio entre a fonte e geofone.

-A estimativa dos parâmetros WA usando apenas dados de onda direta perde um pouco em resolução e estabilidade quando comparada com a estimativa da inversão conjunta, feita de dados de onda direta e refletida. Mas é a estimativa feita apenas de dados de onda refletida que é mais pobre quando comparada com a inversão conjunta.

-Quanto ao grau de anisotropia do meio. Os parâmetros WA são estimados a partir da inversão da equação (3), que é uma aproximação linear da relação entre os vetores de polarização, vagarosidade e os parâmetros WA e, portanto, terá melhor desempenho para meios fracamente anisotrópicos. Quanto maior for o grau de anisotropia no meio, a equação (3) apresentará um desempenho menor o que afetará as estimativas dos parâmetros WA a partir desta equação. Para meios com anisotropia moderada a forte ($\leq$ 20%) as estimativas obtidas a partir de (3) perdem a validade.

-Quanto às várias maneiras de se escolher o vetor n_k, estas escolhas não afetam de forma considerável as estimativas dos parâmetros WA.

-Quanto ao nível de ruído nos dados verifica-se que os parâmetros WA podem ser estimados para níveis de ruído moderado nos dados de vagarosidade e polarização. Isto corresponde a 20 % do desvio padrão dos dados de vagarosidade e de até 4^0 de diferença na direção dos dados de polarização. Quando o nível de ruído nos dados de vagarosidade é de apenas 10% do desvio padrão das observações, os parâmetros WA podem ser bem estimados para erro na direção de polarização de até 5^0. Quando o nível de ruído nos dados de polarização é altera a direção de 2^0, o erro na vagarosidade pode ser de até 50 % e ainda assim têm-se parâmetros WA bem estimados. Devido a isto, inversão e mais sensível a ruído de polarização do que vagarosidade. Acredita-se que isto se deva ao fato de ao invés de estarmos contaminando apenas o lado direito da equação (3) estamos contaminando os dados de polarização e vagarosidade diretamente e assim a matriz M_{ij} é também contaminada.

-Em todos os testes sintéticos com modelos com fraca anisotropia utilizados para se estimar os parâmetros WA, foi calculado o ângulo formado entre o vetor n_k no meio de referência e o vetor n_k, calculado geometricamente e n_k escolhido paralelo ao vetor de polarização. Verificou-se que em média esses ângulos não eram maiores que 4^0. Este valor está dentro do limite aceitável de ruído nos dados de polarização de acordo com o item anterior.

- Ainda que na análise conservativa (análise baseada apenas em que parâmetros podem ser recuperados a partir da geometria do levantamento sem levar em conta a presença de ruído nos dados) da matriz M_{ij} o valor da velocidade P no meio de referência α não influencia na resolução dos parâmetros WA, em presença de ruído tem-se que a estimativa dos parâmetros WA depende fortemente da escolha de α, principalmente a estimativa do parâmetro ε_z.

-Quando a forma de se estimar a velocidade da onda P no meio de referência tem-se que a inversão a partir de (6) produz estimativas estáveis, diferente a inversão a partir de (7), que dependendo do nível de ruído pode produzir estimativas instáveis de α.

Conclusões

Foi feita uma análise do esquema de inversão que determina localmente os parâmetros de um meio anisotrópico utilizando dados sintéticos e fontes distribuídas em apenas um perfil. Um estudo detalhado da sensibilidade e estabilidade do esquema indica que somente alguns parâmetros do meio podem ser estimados. Isto depende do número e orientação dos perfis usados, do número de fontes ao longo desses perfis e do tipo de onda usada na inversão. A análise também mostra que em modelos com apenas um perfil, não é possível distinguir qual tipo de anisotropia o meio possui, no entanto, se tivermos dois ou mais modelos que expliquem o meio a ser estimado podemos determinar qual deles melhor se a justa ao meio a ser estimado, além disso, é mostrado que as estimativas dos parâmetros WA dependem fortemente da escolha de α e são pouco sensíveis à escolha do vetor frente de onda **n**.

Agradecimentos

Agradecemos a Universidade Federal do Pará, ao consórcio SW3D e ao projeto GA AV CR n[0] A3012309 pelo suporte financeiro. Aos professores João Batista Corrêa da Silva e Slava Ruzek pelas discussões de grande importância para o desenvolvimento deste trabalho.

Referências

Aki K. & Richards P. G.,1980. Quantitative seismology, theory and methods. Vol 1. Ed. W. H. Freeman and Company.

Beck, J. & Arnold, K. J., 1974. Parameter estimation. Ed. John Wiley and Sons, New York.

Gajewski, D. & Pšenčík, I., 1990.Vertical seismic profile synthetics by dynamic ray tracing in laterally varying layered anisotropic structures. J. Geophys. Res., 95, 11301-11315.

Gomes, E. N. S., 2003. Estimativa de parâmetros elásticos em meios anisotrópicos. Tese de Doutorado. Curso de Pós-Graduação de Geofísica. Universidade Federal do Pará/UFPA.

Gomes, E. N. S., Zheng, X., Pšenčík, I., **Horne, S.A., Leaney, W.S** 2004. Local determination of weak anisotropy parameters from a walkaway VSP qP-wave data in the Java sea region. Stud. Geophys. Geod., 48, 215-231.

Horne, S.A. & Leaney, W.S., 2000. Polarization and slowness component inversion for TI anisotropy. Geophysical Prospecting, 48, 779-788.

Pšenčík, I. & Gajewski, D., 1998. Polarization, phase velocity and NMO velocity of qP waves in arbitrary weakly anisotropic media. Geophysics, 63, 1754-1766.

Zheng, X. & Pšenčík, I., 2002. Local determination of weak anisotropy parameters from qP-wave slowness and particle motion measurements. PAGEOPH, 159, 1881-1905.

Apêndice

As funções B_{K3} e B_{33} são elementos da matriz de fraca anisotropia (WA matriz) dada por:

$$B_{mn} = a_{ijlk} e_i^{(m)} e_j^{(3)} e_l^{(3)} e_k^{(n)} - c_0^2 \delta_{mn} \qquad (12)$$

Em que: a_{ijlk} e a matriz completa do tensor elástico normalizado pela densidade e c_0 é a velocidade de propagação.

Os parâmetros WA da onda qP estão relacionados com os parâmetros elásticos normalizados pela densidade (A_{ij}) do meio por:

$$\varepsilon_x = \frac{A_{11}-\alpha^2}{2\alpha^2}, \quad \varepsilon_y = \frac{A_{22}-\alpha^2}{2\alpha^2}, \quad \varepsilon_z = \frac{A_{33}-\alpha^2}{2\alpha^2},$$

$$\delta_x = \frac{A_{13}+2A_{55}-\alpha^2}{\alpha^2}, \quad \delta_y = \frac{A_{33}+2A_{44}-\alpha^2}{\alpha^2},$$

$$\delta_z = \frac{A_{12}+2A_{66}-\alpha^2}{\alpha^2}, \quad \chi_x = \frac{A_{14}+2A_{56}}{\alpha^2}, \quad \chi_y = \frac{A_{25}+2A_{46}}{\alpha^2},$$

$$\chi_z = \frac{A_{36}+2A_{45}}{\alpha^2}, \quad \varepsilon_{15} = \frac{A_{15}}{\alpha^2}, \quad \varepsilon_{16} = \frac{A_{16}}{\alpha^2}, \quad \varepsilon_{24} = \frac{A_{24}}{\alpha^2},$$

$$\varepsilon_{26} = \frac{A_{26}}{\alpha^2}, \quad \varepsilon_{34} = \frac{A_{34}}{\alpha^2} \text{ e } \varepsilon_{35} = \frac{A_{35}}{\alpha^2}.$$

A matriz M_{ij} é formada pelo lado esquerdo da equação (2) a menos dos parâmetros WA. S eu número de linhas é igual ao número de observações (Nobs) e número de colunas é igual ao número de parâmetros (npar). Para o caso ANI**,** a i-ésima observação os elementos de M_{ij} são:

$$\begin{aligned}
M_{i1} &= \alpha\, n_1^4 [2\alpha\ (\alpha^2-\beta^2)\ n_3 - 1] \\
M_{i2} &= -\alpha n_3^3 [2\alpha\ (\alpha^2-\beta^2)\ D^2 + n_3] \\
M_{i3} &= \alpha\, n_1^2 n_3 [\alpha\ (\alpha^2-\beta^2)(2n_3^2-1) - n_3] \\
M_{i4} &= \alpha\, n_1^3 [\alpha\ (\alpha^2-\beta^2)(4\, n_3^2-1) - 2n_3] \\
M_{i5} &= \alpha n_3^2 n_1 [\alpha\ (\alpha^2-\beta^2)(4\, n_3^2-3) - 2]
\end{aligned} \qquad (13)$$

As colunas M_{i4} e M_{i5} são nulas no caso TIV. No caso ISO apenas a coluna M_{i3} é não nula.

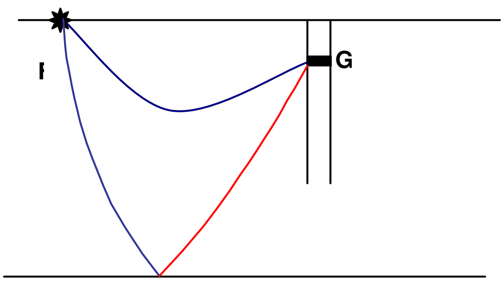

Figura 1 - Desenho do experimento em VSP. Fontes localizadas na superfície em um perfil são representadas as ondas diretas (em azul) e as ondas refletidas (em vermelho) que partem da fonte (F) para o geofone (G). O Geofone está situado no interior do poço. Origem de coordenadas situada no poço, com eixo x_3 positivo de cima para baixo.

	Estimativa de $\tilde{\alpha}$ a partir de (6)	Variação (km/s)	Estimativa de $\tilde{\alpha}$ a partir de (7)	Variação (km/s)
Modelo I	4.635 km/s	[4.63 4.65]	3.90 km/s	[0.27 7.53]
Modelo II	4.240 km/s	[4.23 4.25]	8.56 km/s	[-37.49 54.61]

Tabela 1- Estimativa da velocidade da onda P no meio de referência e sua variação calculada baseada em seu desvio padrão para o nível de ruído de 20% na vagarosidade e 3^0 na direção de polarização. Estas estimativas foram obtidas a partir das equações (6) e (7) . Neste modelo, o valor da velocidade α calculado das observações sem ruído (na equação (7)) é de 4.64 km/s.

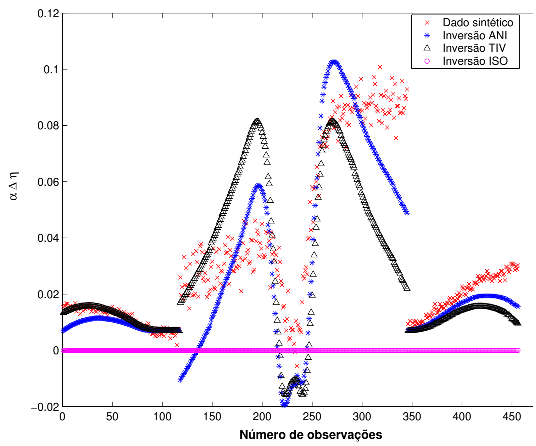

Figura 2 – A razão $\alpha\Delta\eta$ calculada a partir dos dados observados no modelo sintético versus o número de observação é apresentada junto com os resultados da inversão para o caso ANI, TIV e ISO. O nível de ruído nos dados de vagarosidade é de 20% e nos dados de polarização é de 3^0.

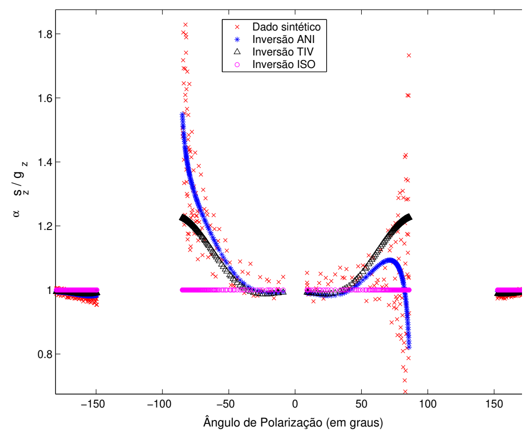

Figura 3 – A razão $\alpha\,\mathbf{s}_3/\mathbf{g}_3$ versus o ângulo que a polarização forma com o eixo vertical é apresentada. Os Dados observados do modelo sintético são contaminados com ruído, ajuste obtido para o caso ANI, ajuste obtido para o caso TIV, ajuste obtido para o caso ISO. O nível de ruído nos dados de vagarosidade é de 20% e nos dados de polarização é de 3^0.

	WA	Exato	Estimado	D. padrão	A_{ij}	Exato	Estimado
	ε_x	7.25E-02	-2.80E-02	5.63E-02	A_{11}	9.84	8.11
	ε_z	6.34E-03	7.15E-03	2.15E-03	A_{33}	8.71	8.72
ANI	δ_x	7.56E-02	-0.24	7.92E-02	$A_{13}+2\,A_{55}$	9.25	6.48
	ε_{15}	2.26E-02	1.82E-02	3.64E-03	A_{15}	0.19	0.16
	ε_{35}	1.91E-02	1.75E-02	5.63E-03	A_{35}	0.17	0.15
	ε_x	7.25E-02	3.68E-02	5.56E-02	A_{11}	9.84	9.90
TIV	ε_z	6.34E-03	6.97E-03	2.14E-03	A_{33}	8.71	8.71
	δ_x	7.56E-02	-0.26	5.56E-02	$A_{13}+2\,A_{55}$	9.25	6.36
ISO	ε_z	6.34E-03	2.30E-05	1.58E-03	A_{33}	8.71	8.56

Tabela 2 - Valores exatos e estimados dos parâmetros WA (grandezas adimensionais), seus desvios padrão, valores exatos e estimados dos parâmetros elásticos normalizados pela densidade (km^2/s^2) obtidos a partir da estimativa dos parâmetros WA, para um nível de ruído de 20% na vagarosidade e de 3^0 na polarização. As velocidades das ondas P e S usadas na inversão são α = 4.635 km/s e β= 2.68 km/s respectivamente.